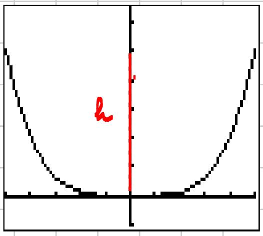
Musterlösung 2015 Aufgabe 1

$$f(x) = \frac{1}{125} x^4 \qquad -5 \le x \le 5$$

a) Tiefe des Laderaums

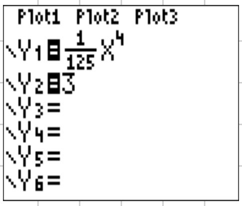


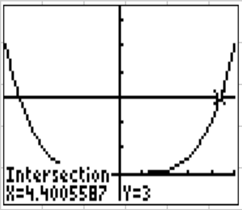
$f(0) = 0$

$f(5) = 5$

Höhe des Laderaums: 5m

Breite des Laderaums in 3m Höhe





Ansatz:

$f(x) = 3$ GTR $x_1 \approx 4{,}40$

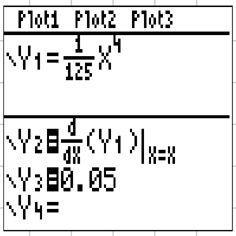
$x_2 \approx -4{,}40$

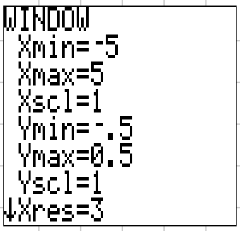
Die Breite des Laderaums in 3m Höhe beträgt ca 8,80 m.

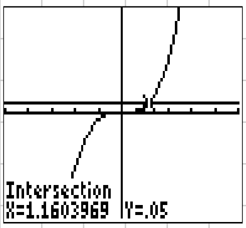
Neigung unter 5%

Ansatz:

$f'(x) \le 0{,}05$ GTR $x \approx 1{,}16$.

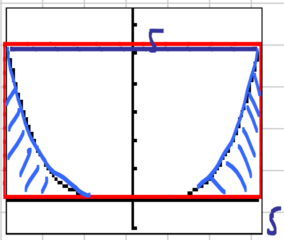






Aus Symmetriegründen: 1,16m links und rechts der tiefsten Stelle hat der Boden eine Neigung unter 5%

Volumen des Laderaums:



$V = G \cdot 50\,m$

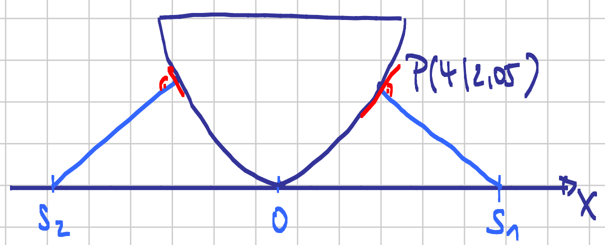
$$G = A_{\square} - A_{\cup} = 10 \cdot 5 - \int_{-5}^{5} f(x)\,dx = 40$$

$V = 40\,m^2 \cdot 50\,m = 2000\,m^2$

Das Volumen beträgt $2000\,m^2$.

b) Abstand zwischen den Stützen

Skizze



Gesucht ist zunächst der Schnittpunkt der Normalen durch $P(4|2{,}05)$

1) $f(4) \approx 2{,}05$ $\quad f'(4) \approx 2{,}05$ $\quad$ Es gilt: $m_t \cdot m_n = -1$

$P(4|2{,}05)$ $\quad m_t = 2{,}05$ $\quad 2{,}05 \cdot m_n = -1 \longrightarrow m_n = -\frac{1}{2{,}05} = -0{,}49$

2) Gleichung der Normalen: $\quad n: \quad y = m_n \cdot x + c$

$$\left.\begin{matrix} P(4|2{,}05) \\ m_n = -0{,}49 \end{matrix}\right\} \; 2{,}05 = -0{,}49 \cdot 4 + c \;\rightarrow\; c = 4{,}00$$

Ergebnis: $\quad n: \quad y = -0{,}49x + 4{,}00$

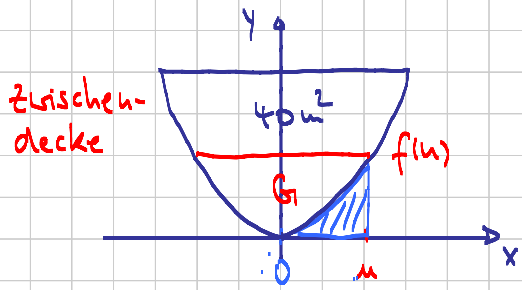
3) Schnittstelle der Normalen mit der x-Achse

$n: \quad y = -0{,}49x + 4{,}00 = 0 \quad \rightarrow \quad x \approx 8{,}19$

Aus Symmetriegründen gilt:

Der Abstand der beiden Stützen beträgt ca. 16,4 m.

c) Breite der Zwischendecke



$V_{unten} = 500\,m^3 = G \cdot 50\,m$

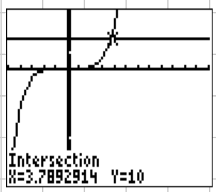
$\Rightarrow G = 10\,m^2$

D.h. $\quad 2 \cdot \left(u \cdot f(u) - \int_0^u f(x)\,dx\right) = 10$ $\qquad$ GTR $x = 3{,}79$

Eingabe GTR $\quad \backslash Y_1 = \frac{1}{125}x^4$

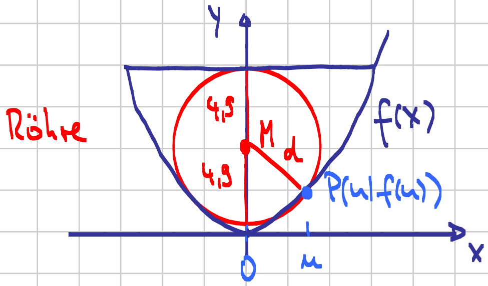
$\backslash Y_2 = 2 \cdot \left(X \cdot Y_1 - \int_0^X Y_1\,dx\right)$ $\quad$ 9: fnInt

$\backslash Y_3 = 10$



Symmetrie:
Die Breite der Zwischendecke beträgt ca. 7,6 m.

Röhre mit Außendurchmesser 9,8 m



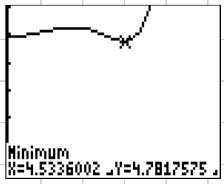
1) $M(0|4{,}9)$; $P(u|f(u))$

Abstandsproblem (zwischen zwei Punkten)

2) $d(M;P) = \sqrt{(u-0)^2+(f(u)-4{,}9)^2}$

GTR: $Y_2 = \sqrt{x^2+(f(x)-4{,}9)^2}$

3) GTR $X_{min} \approx 4{,}78 < 4{,}9$



Die Röhre lässt sich somit nicht bis zur tiefsten Stelle absenken.