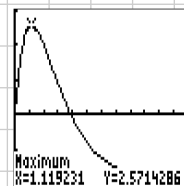


## Musterlösung 2016 Aufgabe 2.1

$$s(t) = 16e^{-0,5t} - 14e^{-t} - 2 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 12$$

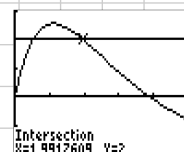
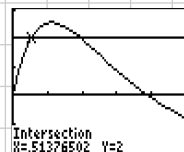
### a) Maximale momentane Änderungsrate der Schneehöhe

- 1) Gesucht ist das Maximum  $s_{\max}$  der Funktion  $s(t)$
- 2) GTR:  $s_{\max} \approx 2,57$
- 3) Die maximale momentane Änderungsrate beträgt ca. 2,6 cm pro Stunde.



### Momentane Änderungsrate größer als 2 cm pro Stunde

- 1) Gesucht ist  $t$  mit  $s'(t) > 2$
- 2) GTR:  $t_1 \approx 0,51$  und  $t_2 \approx 1,99$
- 3) Etwa zwischen 10:30 Uhr und 12:00 Uhr (bzw. zwischen ca. 0,5 Stunden und ca. 2,0 Stunden) ist die momentane Änderungsrate der Schneehöhe größer als 2 cm pro Stunde.



### Sneehöhe um 12:00 Uhr

$$1) \quad h = 150 + \int_0^2 s(t) dt \approx 154,12 \quad (\text{GTR})$$

2)

- 3) Um 12:00 Uhr beträgt die Schneehöhe ca. 154 cm.



Ans+150  
154.1225518

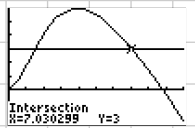
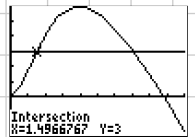
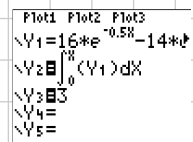
### b) Integralfreier Funktionsterm für die Schneehöhe

$$\begin{aligned} s(t) &= 150 + \int_0^t s(x) dx = 150 + \int_0^t (16e^{-0,5x} - 14e^{-x} - 2) dx \\ &= 150 + \left[ -32e^{-0,5x} + 14e^{-x} - 2x \right]_0^t \\ &= 150 + \left[ -32e^{-0,5t} + 14e^{-t} - 2t - (-32 + 14) \right] \\ &= -32e^{-0,5t} + 14e^{-t} - 2t + 168 \end{aligned}$$

## Schneehöhe 153 cm

$$150 + \int_0^t s(x) dx = 153 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t s(x) dx = 3$$

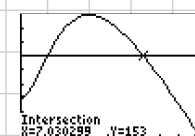
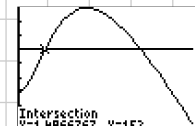
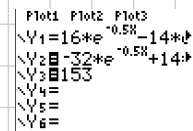
GTR  $X_1 = 1,50$   
 $X_2 = 7,03$



Oder:

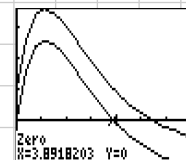
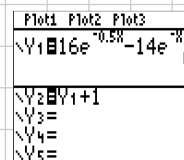
$$s(t) = -32e^{-0.5t} + 14e^{-t} - 2t + 168 \stackrel{!}{=} 153$$

GTR:  $t_1 \approx 1,50$   
 $t_2 \approx 7,03$



## c) Verlängerung des Zeitraums, in dem die Schneehöhe zunimmt

1)  $s(t) = 0$  GTR  $t \approx 3,89$



2)  $s_{\text{neu}}(t) = s(t) + 1$

$s_{\text{neu}}(t) = 0$  GTR  $t \approx 5,43$

$$5,43 - 3,89 = 1,54$$

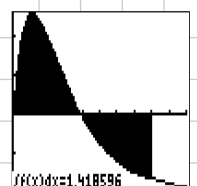
3) Der Zeitraum, in dem die Schneehöhe zunimmt, verlängert sich um ca. 1,5 h

## Leistung der Schneekanonen für größere Schneehöhe

Schneehöhe um 18.00 Uhr ohne Schneekanonen

$$s(8) \approx 151,42 \text{ (GTR)} \quad \text{odw} \quad h = 150 + \int_0^8 s(t) dt$$
$$= 150 + 1,42 = 151,42$$

Das sind  $160 \text{ cm} - 151,42 \text{ cm} = 8,58 \text{ cm}$  zu wenig.



12.30 Uhr bis 18.00 Uhr : 5,5 Stunden

$$\frac{8,58 \text{ cm}}{5,5 \text{ h}} = 1,56 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$$

D.h. die Schneekanonen müssten ca.  $1,6 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$  pro Stunde liefern.

## Aufgabe A2.2

$$g_a(x) = a \cdot \cos(ax) ; -\frac{\pi}{2a} \leq x \leq \frac{\pi}{2a}$$

a)  $a=3 \quad g_3(x) = 3 \cdot \cos(3x) \quad \left( \frac{\pi}{2 \cdot 3} = \frac{\pi}{6} = 0,53 \right)$

GTR:  $g_3(0) = 3$  Abstand Ursprung zum

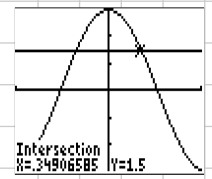
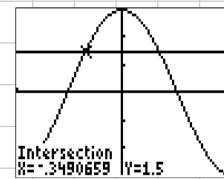
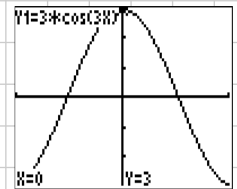
Punkt  $P(0|3)$  entspricht Länge der „1.“ Diagonalen: 3 LE

Diagonalen schneiden sich rechtwinklig:  $g_3(x) = 1,5$

GTR  $\Rightarrow x_1 \approx -0,35 ; x_2 \approx 0,35$

Die Längen der Diagonalen betragen somit

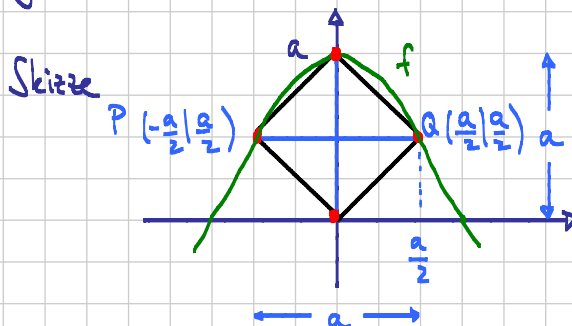
3 LE und 0,7 LE.



b) Quadrat  $\Rightarrow$  Diagonalen sind gleich lang!

D.h. die weiteren Eckpunkte müssen die Koordinaten

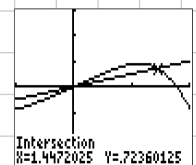
$$g_a(0) = a \cdot \cos(0) = a$$



Es muss gelten

$$g\left(\frac{a}{2}\right) = a \cdot \cos\left(a \cdot \frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2}$$

GTR:  $a \approx 1,45$



Für  $a \approx 1,45$  ist die Raute ein Quadrat.