LÖSUNGEN TEIL 2

5

Ein Medikament A heilt eine Krankheit bei 85% der Patienten. Ein konkurrierender Arzneimittelhersteller behauptet, dass sein Medikament B noch besser wirkt, und führt eine Testreihe an 108 Patienten durch. Bei wie vielen Patienten muss das Medikament B die Krankheit mindestens heilen, damit man auf einem Signifikanzniveau von 1% bei Medikament B von einer besseren Wirkung als bei Medikament A ausgehen kann?

1) H_0 $p = 0{,}85$ $\quad H_1$: $p > 0{,}85$

2) X Anzahl der vom Medikament geheilten Patienten

3) X ist bei wahrem H_0 binomialverteilt mit $n = 108$ und $p = 0{,}85$

1 % Signifikanzniveau

$P(X \geq g) \leq 0{,}01$

$P(X \geq g) = 1 - P(X \leq g-1) \leq 0{,}01$

$X \geq 101$

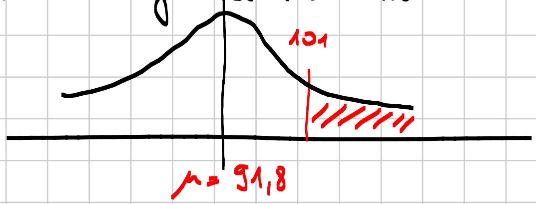
X	Y1
98	.0289
99	.01342
100	.00553
101	.00199
102	6.1E-4
103	1.6E-4
104	3.2E-5

X=100

$b = g - 1 = 100$

$g = 101$

Ablehnungsbereich von H_0 : $\bar{A} = [101; 108]$



Medikament B muss die Krankheit bei mindestens 101 Patienten heilen, damit ...

6

3 Bei Reihenuntersuchungen in der Schule werden in der Regel bei 15% der Schüler Zahnschäden festgestellt, die eine weitere ärztliche Behandlung notwendig machen. Nach einem groß angelegten Werbefeldzug für bessere Zahnpflege werden im folgenden Jahr nur 78 von 650 Schülern zum Besuch eines Zahnarztes aufgefordert.

a) Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% annehmen, dass der Werbefeldzug erfolgreich war?

b) Wie viele Schüler dürften höchstens zum Besuch des Zahnarztes aufgefordert werden, um mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% annehmen zu können, dass der Werbefeldzug erfolgreich war?

1) H_0 : $p = 0{,}15$ $\quad H_1$: $p < 0{,}15$

2) X zählt die Anzahl der Schüler mit Zahnschäden

3) X ist bei wahrem H_0 binomialverteilt mit $n = 650$ und $p = 0{,}15$

a) $P(X \leq 78) \overset{GTR}{\approx} 0{,}0164$ D.h. man kann mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% (genau 1,64%) davon ausgehen, dass der Werbefeldzug erfolgreich war.

Frage: Liegt 78 in $\bar{A}$?

b) Gesucht ist die größte natürliche Zahl g, für die gilt:

$P(X \leq g) \leq 0{,}05$

X	Y1
78	.01638
79	.02177
80	.02855
81	.03697
82	.04728
83	.05974
84	.07457

X=82

Ablehnungsbereich $\bar{A} = [0; 82]$

7

Ein pharmazeutisches Unternehmen hat ein neues Medikament entwickelt, das angeblich in weniger als 10 % der Anwendungen schädliche Nebenwirkungen zeigt. Für einen statistischen Test wird das Medikament 150 Patienten verabreicht, von denen 8 Nebenwirkungen zeigen.
Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% annehmen, dass der Anteil der Nebenwirkungen unter 10% liegt?

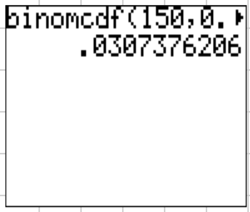
Bem.: Alternativhypothese: „das, was man eigentlich zeigen will"

1) $H_0: p \geq 0{,}1$ $\quad H_1: p < 0{,}1$

2) X zählt die Anzahl der Patienten mit Nebenwirkungen

3) X ist bei wahrem H_0 binomialverteilt mit $n = 150$ und $p = 0{,}1$; $k = 8$

$P(X \leq 8) \approx 0{,}0307 \approx 3{,}07\,\%$



Ja, man kann mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von unter 5% (genauer 3,07 %) annehmen, dass der Anteil der Nebenwirkungen unter 10 % liegt.

8

In einer Fabrik werden Speicherchips für Computer hergestellt. Erfahrungsgemäß ist jeder 5. Chip defekt. Nach einer Veränderung im Produktionsprozess hat der Hersteller die Vermutung, dass sich die Qualität verbessert hat.
Er will seine Vermutung durch eine Stichprobe mit 150 Chips untersuchen. Vor der Untersuchung will er aber festlegen, wie viele defekte Chips er höchstens finden darf, damit seine Vermutung mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% bestätigt ist. *(Er testet auf einem 5%- Signifikanzniveau.)*
Wie groß ist die Anzahl der defekten Chips, die er in der Stichprobe höchstens finden darf?

$p = \frac{1}{5} = 0{,}2$

$n = 150$

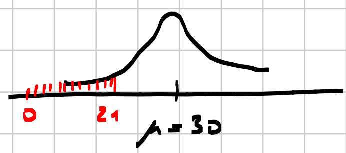
1) $H_0: p = 0{,}2$ $\quad H_1: p < 0{,}2$

2) X zählt die Anzahl der defekten Chips.

3) X ist bei wahrem H_0 binomialverteilt mit $n = 150$ und $p = 0{,}2$

Gesucht: Ablehnungsbereich; rechte Grenze g

$P(X \leq g) \leq 0{,}05$



$Y_1 = \text{binomcdf}(150, 0.2, X)$

$P(X \leq 21) \approx 0{,}037 < 0{,}05$

$P(X \leq 22) \approx 0{,}059 > 0{,}05$

$\bar{A} = [0; 21]$

Wenn man in der Stichprobe höchstens 21 defekte Chips findet kann man mit 5% Irrtumswahrscheinlichkeit (genauer 3,7%) von einer Verbesserung der Produktionsmethoden ausgehen.