# WT 2019

**A1.2** $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$

**a)** Nachweis des Tiefpunktes $T(6|0)$

(1) Ableiten: $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$

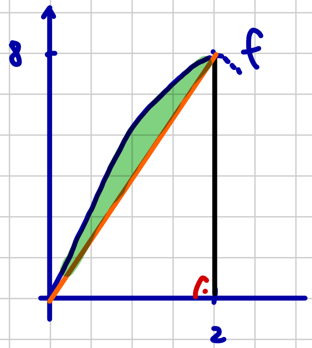
$f''(x) = \frac{3}{2}x - 6$

Notw. Bed.: $f'(6) = \frac{3}{4} \cdot 6^2 - 6 \cdot 6 + 9 = 27 - 36 + 9 = 0$

Hin. Bed.: $f''(6) = \frac{3}{2} \cdot 6 - 6 = 3 > 0 \Rightarrow T(6|f(6))$

(2) y-Koordinate von $T(6|f(6))$ : $f(6) = \frac{1}{4}6^3 - 3 \cdot 6^2 + 9 \cdot 6 \overset{\text{WTR}}{=} 0$

Flächeninhalt $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$




$A = \int_0^2 f(x)\,dx - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8}_{A_\Delta}$

$= \int_0^2 \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x\,dx - 8$

$= \left[\frac{1}{16}x^4 - x^3 + \frac{9}{2}x^2\right]_0^2 - 8$

$= \left(\frac{1}{16}2^4 - 2^3 + \frac{9}{2} \cdot 2^2 - 0\right) - 8$

$= (1 - 8 + 18) - 8 = \underline{\underline{3}}$

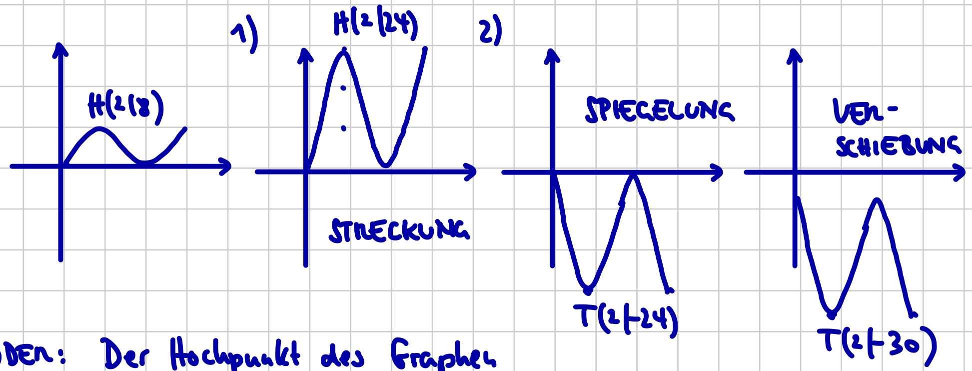
Der Inhalt der Fläche beträgt 3 FE.

**b)** $g(x) = -3f(x) - 6$

__Entstehung des Graphen__

1) Streckung in y-Richtung um den Faktor 3
2) Spiegelung an x-Achse
3) Verschiebung in y-Richtung um -6

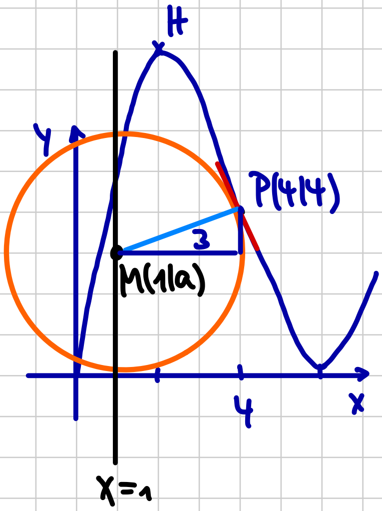
__Tiefpunkt__




$\Rightarrow T(2|-30)$

ODER: Der Hochpunkt des Graphen von f wird auf den Tiefpunkt des Graphen g abgebildet. Damit ist die x-Koordinate 2 und die y-Koordinate $-3\cdot 8 - 6 = -30$

**c)**




__Steigung der Tangente an der Stelle x=4__

$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$

$f'(4) = \frac{3}{4}\cdot 4^2 - 6\cdot 4 + 9 = 12 - 24 + 9 = -3 = m_t$

__Steigung der Normalen an der Stelle x=4__

$m_t \cdot m_n = -1$

$-3 \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = \frac{1}{3}$

__Somit gilt__: $\frac{4-a}{4-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3$ Ergebnis: M(1|3)

Alternativ: Gleichung der Normalen durch P(4|4)

(1) $\left.\begin{matrix} P(4|4) \\ m_n = \frac{1}{3} \end{matrix}\right\}$ $y = m_n \cdot x + c$

$4 = \frac{1}{3}\cdot 4 + c$

$\Rightarrow c = \frac{8}{3}$

(2) $n(x) = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

$n(1) = \frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{8}{3} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow M(1|3)$

d) <u>Berechnung von k</u> $\quad f_k(x) = \frac{1}{2k}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}kx$

$$f_k'(x) = \frac{3}{2k}x^2 - 6x + \frac{9}{2}k$$

Ansatz: $f_k'(1) = 8$ $\quad$ gleiche Steigung wie Gerade!

$$f_k'(1) = \frac{3}{2k} - 6 + \frac{9}{2}k = 8 \quad | \cdot 2k$$

$$3 - 12k + 9k^2 = 16k$$

$$\Leftrightarrow \quad 9k^2 - 28k + 3 = 0$$

$$k_{1/2} = \frac{28 \pm \sqrt{(-28)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3}}{2 \cdot 9} = \frac{28 \pm \sqrt{676}}{18}$$

$$k_1 = \frac{28+26}{18} = 3 \checkmark$$

$$k_2 = \frac{28-26}{18} = \frac{1}{9} \checkmark$$