Stochastik C1

a) **Ereignis A**

X zählt die Anzahl der „1er".
X ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = \frac{1}{4}$

$P(X=30) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}046$

Ereignis B

$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}900$

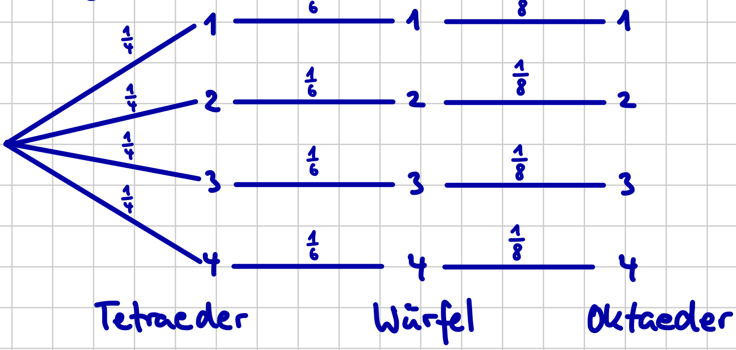
b) X zählt die Anzahl der „1er".
X ist binomialverteilt mit $p = \frac{1}{4}$; n gesucht

$P(X \geq 1) \geq 0{,}95 \iff 1 - P(X=0) \geq 0{,}95$
$\iff 0{,}05 \geq P(X=0)$

WTR: $n = 10$: $P(X=0) \approx 0{,}056 > 0{,}05$
$n = 11$: $P(X=0) \approx 0{,}042 < 0{,}05$

Man muss mindestens 11-mal werfen.

c) **Ereignis C**



$P(1;1;1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8}$

$P(2;2;2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8}$

$P(3;3;3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8}$

$P(4;4;4) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8}$

$P(C) = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{48} \approx 0{,}021$

Ereignis D

Tetraeder	Würfel	Oktaeder	Summe
3	6	8	17
4	5	8	17
4	6	7	17

$P(D) = P(„3;6;8") + P(„4;5;8") + P(„4;6;7") = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{64} \approx 0{,}016$

d) <u>Erwartungswert</u>

X gibt die Auszahlung in € an.

Wahrscheinlichkeitsverteilung

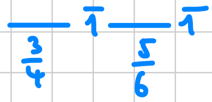
Auszahlung in €	0	1	2
Wahrscheinlichkeit	$\frac{15}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{1}{24}$

$$E(\text{Auszahlung}) = 0 \cdot \frac{15}{24} + 1 \cdot \frac{8}{24} + 2 \cdot \frac{1}{24} = \frac{5}{12}$$

$$E(\text{Gewinn}) = E(\text{Auszahlung}) - \text{Einsatz}$$
$$= \frac{5}{12} - \frac{1}{2} = \frac{5}{12} - \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6}$$
$$= -\frac{1}{12} \approx -0{,}083$$

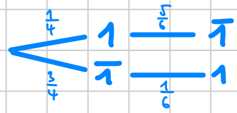
Der Erwartungswert für den Gewinn beträgt $-\frac{1}{12}$ €.

<u>keine 1</u>



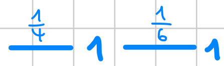
$P(\bar{1};\bar{1}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{24}$

<u>Eine 1</u>



$P(\text{eine } 1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}$
$= \frac{8}{24}$

<u>Zwei 1er</u>



$P(1;1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$

<u>Erwartungswert</u> Alternativ 1

X gibt den Gewinn in € an.

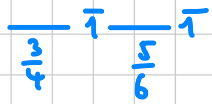
Wahrscheinlichkeitsverteilung

	keine 1	eine 1	zwei 1er
Gewinn in €	−0,5	0,5	1,5
Wahrscheinlichkeit	$\frac{15}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{1}{24}$

$$E(\text{Gewinn}) = -0{,}5 \cdot \frac{15}{24} + 0{,}5 \cdot \frac{8}{24} + 1{,}5 \cdot \frac{1}{24}$$
$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{24} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{24} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{24}$$
$$= -\frac{15}{48} + \frac{8}{48} + \frac{3}{48}$$
$$= -\frac{4}{48} = -\frac{1}{12}$$

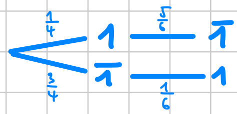
Der Erwartungswert für den Gewinn beträgt $-\frac{1}{12}$ €.

<u>keine 1</u>



$P(\bar{1};\bar{1}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{24}$

<u>Eine 1</u>

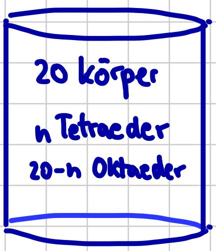


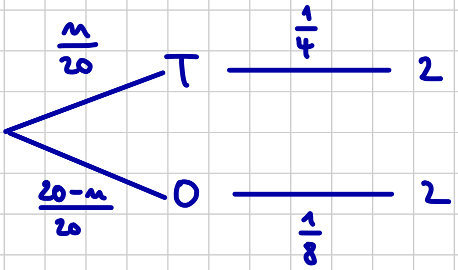
$P(\text{eine } 1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}$
$= \frac{8}{24}$

<u>Zwei 1er</u>

$P(1;1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$

e) Anzahl der Tetraeder





Wahrscheinlichkeit

$\frac{n}{20} \cdot \frac{1}{4}$

$\frac{20-n}{20} \cdot \frac{1}{8}$

$$P(\text{man wirft eine } 2) = \frac{n}{20} \cdot \frac{1}{4} + \frac{20-n}{20} \cdot \frac{1}{8} \overset{!}{=} \frac{15}{100} = 0{,}15$$

$$\frac{n}{80} + \frac{20-n}{160} = 0{,}15 \qquad | \cdot 160$$

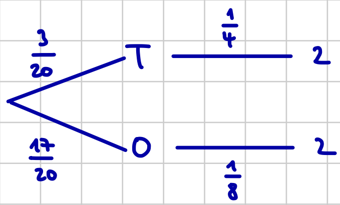
$$2n + 20 - n = 24$$

$$n = 4$$

Es befinden sich 4 Tetraeder im Sack.

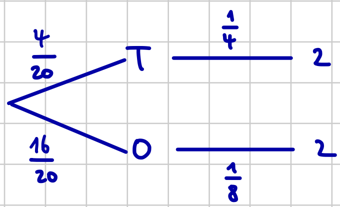
Alternativ: Es sind n Tetraeder im Sack.

n = 3:



$$P(\text{„2 fällt"}) = \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{4} + \frac{17}{20} \cdot \frac{1}{8} = 0{,}14375$$

n = 4:



$$P(\text{„2 fällt"}) = \frac{4}{20} \cdot \frac{1}{4} + \frac{16}{20} \cdot \frac{1}{8} = 0{,}15$$

Es befinden sich 4 Tetraeder im Sack.

Alternativ 2 **Anzahl der Tetraeder**

Im Sack befinden sich a Tetraeder und b Oktaeder

Es gilt:

$$a + b = 20 \qquad (1)$$

$$\frac{a \cdot 0{,}25 + b \cdot 0{,}125}{20} = 0{,}15 \qquad (2) \qquad | \cdot 20$$

aus (2)

$$0{,}25a + 0{,}125b = 3$$
$$0{,}125b = 3 - 0{,}25a$$
$$b = 24 - 2a$$

(3) in (1)

$$a + 24 - 2a = 20$$
$$-a = -4$$
$$a = 4$$

Es befinden sich 4 Tetraeder im Sack.