Aufgabe Ana 5

Aufgabe Ana 5

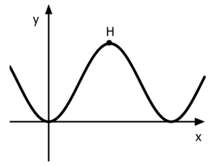
Abgebildet ist ein Teil des Graphen der Funktion g mit $g(x) = (\sin(x))^2$.

Bestimmen Sie die exakten Koordinaten des Hochpunktes H.

Es gibt reelle Zahlen a, b, d, so dass gilt:

$$g(x) = a \cdot \cos(bx) + d$$

Bestimmen Sie diese Zahlen.



Hochpunkt

(1) Notw. Bedingung: $g'(x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) \overset{!}{=} 0 \quad | : 2$

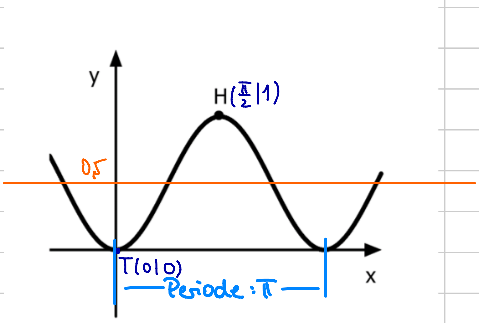
$\sin(x) \cdot \cos(x) = 0 \quad |$ Nullprodukt

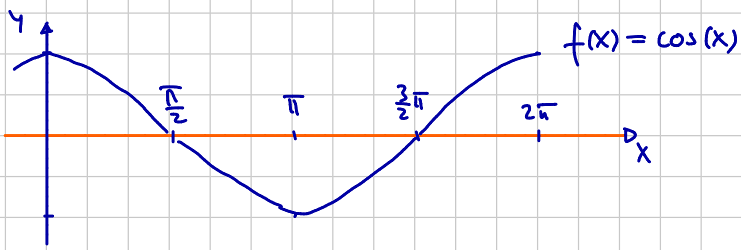
$\sin(x) = 0$ oder $\cos(x) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0$, $x_2 = \pi$, ⋮ $\quad \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3}{2}\pi$ $\quad$ < gesuchte Nullstelle, siehe Abb.

(2) $H\left(\frac{\pi}{2} \,\middle|\, \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)^2\right) \Rightarrow H\left(\frac{\pi}{2} \,\middle|\, 1\right)$

Zahlen a, b und c





$g(x) = a \cdot \cos(bx) + d \quad$ d.h. ohne Verschiebung in x-Richtung

$a = -\frac{1}{2} \quad$ Amplitude $|a| = \frac{1}{2}$ und Spiegelung an x-Achse

$b = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

$d = \frac{1}{2} \quad$ Somit gilt $g(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos(2x) + \frac{1}{2}$